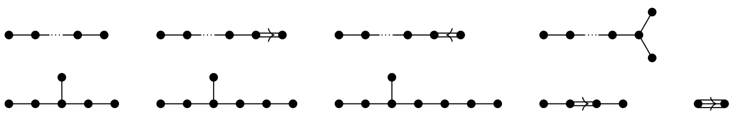
Seminar Sommersemester 2018
Prof. Dr. B. Späth



Spiegelungsgruppen

Ein interessantes Kapitel der Geometrie und Gruppentheorie mit zahlreichen weitreichende Anwendungen sind Spiegelungsgruppen, die hier in Rahmen eines Seminars sukzessive erarbeitet werden sollen. Spiegelungsruppen treten in natürlicher Weise bei der Beschreibunng von Symmetrien von Objekten in euklidischen Vektorräumen auf und sind Untergruppen der orthogonalen Gruppe eines euklidischen Vektorraums, die von Spiegelungen erzeugt werden. Beispielsweise bei der Klassifikation von Liealgebren und algebraischen Gruppen sind Spiegelungsgruppen ein zentrales (kombinatorisches) Werkzeug.

Die Vortragsthemen sind schon für Studenten mit einem guten Verständnis der linearen Algebra (1 und 2) zugänglich. Vorwissen aus der Vorlesung Algebra wird jedoch hilfreich sein.

Interessenten melden sich bitte per E-Mail (bspaeth@uni-wuppertal.de). Die Vorträge sollen dann gebündelten an einzelnen Termin gehalten werden. Wir gehen nach dem Buch [BG] vor. Eine Vorbesprechung des Seminars findet am 30.April um 14 Uhr im Buero F13.01 statt.

(1) Endliche Spiegelungsgruppen in zwei- und dreidimensionalen Räumen ([BG] Kap. 2) *C.L.*
Diedergruppen als Symmetrien in einem zweidimensionalen euklidischen Vektorraum sollen einen ersten Eindruck von Spiegelungsgruppen vermitteln. Dieser Vortrag soll vor allem der Veranschaulichung dienen und Beispiele für die spätere Theorie bereit stellen.

(2) Platonische Körper und der Fundamentalbereich ([BG] Kap. 2.4 - 3, [H] Kap. 1.12) *M.W.*
Anhand der Resultate über dreidimensionale Spiegelungsgruppen sollen die platonischen Körper klassifiziert werden. Der Begriff eines Fundamentalberechs soll eingeführt werden.

(3) Coxetergruppen I ([BG] Kap. 4)
Definition und grundlegende Eigenschaften von Wurzelsystemen.

(4) Coxetergruppen II ([BG] Kap. 4) *M.M.*
Weitere wichtige Eigenschaften von Wurzelsystemen sollen diskutiert werden und anhand des Wurzelsystems bei der symmetrischen Gruppen illustriert werden.

(5) Coxetergraphen und kristallographische Gruppen ([BG] Kap. 5.1, 5.2) *M.E.*
Für die Klassifikation von Coxetergruppen werden Coxetergraphen benutzt.

(6) Klassifikation und Konstruktion ([BG] Kap. 5.3)
Zu den gefundenen möglichen Coxetergraphen werden Spiegelugsgruppen konstruiert.

(7) Erzeuger und Relationen ([BG] Kap. 5.4, 6) *S.W.*
Jede endliche Gruppen besitzt eine Präsentation anhand ihrer Erzeuger und Relationen. Coxetergruppen können auf eine sehr prägnante Art beschrieben werden.

(8) Coxeterelemente ([H] Kap. 3.16-20) *P.K.?*
Mittels des Wurzelsystems kann eine Konjugationsklasse in einer Coxetergruppe bestimmt werden, die bemerkenswerte Eigenschaften besitzt.

(9) Heckealgebren und Zopfgruppen ([GP] Kap. 4) *A.W.*
Eng verbunden mit Spiegelungsgruppen sind Zopfgruppen. Diese unendlichen Gruppen können relativ einfach anhand der Relationen von Coxetergruppen definiert werden und haben enge Verbindungen zur Knotentheorie.

Literatur:

[BG] Benson, C. T. ;Grove, L. C. *Finite reflection groups.* 2. Auflage. GTM 99. Springer, New York, 1985.

[GP] Geck, M.; Pfeiffer, G. *Characters of Finite Coxeter Groups and Iwahori-Hecke Algebras.* Volume 21 *London Mathematical Society Monographs*, Oxford, 2000.

[H] Humphreys, James E.*Reflection groups and Coxeter groups.* Cambridge, 1990.

[S] Soergel, W. *Spiegelungsgruppen und Wurzelsysteme.* Skript 2018.